GABARITO – I SIMULADO DE MATEMÁTICA 3ª SÉRIE/EM

Resposta da questão 1:
[D]

[Resposta do ponto de vista da disciplina de Geografia]
Em várias cidades brasileiras, a circulação sofreu modificações em decorrência das medidas de isolamento social implantadas durante a pandemia de Covid-19. Na questão, em dias úteis durante a semana, a energia de vibração sísmica durante o dia foi maior do que a verificada nos sábados, domingos e feriados, considerando o mesmo índice F. Todavia, a grandeza apresentada no eixo das abscissas não corresponde a energia e sim a energia por unidade de massa.

[Resposta do ponto de vista da disciplina de Matemática]
Observe que uma reta horizontal representa os dias com o mesmo índice F. Considerando retas horizontais passando por cada círculo, é fácil ver que os triângulos e quadrados em uma mesma altura estão à esquerda do círculo. Portanto, em dias úteis da semana, a energia sísmica média foi maior ou igual do que em sábados, domingos e feriados, para o mesmo número de pessoas que saiu de casa em um dia.

Resposta da questão 2:
[C]

Sendo P o valor do PIB atual, comparando o PIB em $10\ anos$ com o PIB daqui a $5\ anos$, temos:

$$\begin{aligned}
&2P = 1{,}05^5 P(1+x)^5\\
&2 = (1{,}05 + 1{,}05x)^5\\
&2^{1/5} = 1{,}05 + 1{,}05x\\
&1{,}15 = 1{,}05 + 1{,}05x\\
&0{,}1 = 1{,}05x
\end{aligned}$$

$\therefore x \cong 9{,}5\%$

Resposta da questão 3:
[E]

Sendo i a taxa do 1º ano, temos:

$$\begin{aligned}
&1.155 = 1.000(1+i)(1+2i)\\
&1{,}155 = 1 + 2i + i + 2i^2\\
&2i^2 + 3i - 0{,}155 = 0\\
&i = \frac{-3+\sqrt{10{,}24}}{4} = 0{,}05\\
&i = 5\%
\end{aligned}$$

$\therefore 2i = 10\%$

Resposta da questão 4:
[D]

[A] Falsa. A porcentagem de acertos referentes às palavras e figuras foi de:

$$\frac{84+90}{250} \cdot 100\% = 69{,}6\%$$

[B] Falsa. Ordenando os resultados, temos:

$$20,\ 23,\ 23,\ 24,\ \underbrace{24,\ 26}_{\substack{med\\=25}},\ 27,\ 27,\ 28,\ 28$$

[C] Falsa. A criança 2, por exemplo, acertou mais figuras do que palavras. No entanto, acertou igual número de números e palavras.

[D] Verdadeira. Medianas do total de acertos de figuras e do total de acertos de números:

$$F: \quad 7,\ 8,\ 8,\ 9,\ \underbrace{9,\ 9}_{\substack{med\\=9}},\ 10,\ 10,\ 10,\ 10$$

$$N: \quad 5,\ 6,\ 7,\ 7,\ \underbrace{8,\ 8}_{\substack{med\\=8}},\ 8,\ 9,\ 9,\ 9$$

Portanto, os resultados coincidem com os acertos de figuras e números da criança 5.

[E] Falsa. A média geral de acertos do grupo (para um total de 300 pontos possíveis) foi de:
$\frac{250}{300} \cdot 100\% = 83{,}33\%$

Resposta da questão 5:
[C]

Se x é a nota obtida na primeira avaliação, então as notas obtidas nas outras avaliações são $2x$ e $3x$. Portanto, a mediana é $2x$ e vale
$\frac{x+2x+3x}{3} = 5{,}2 \Leftrightarrow 2x = 5{,}2.$

Resposta da questão 6:
[B]

A redução no volume de água no reservatório foi de $12000 - 9000 = 3000$ litros, isto é, 3 metros cúbicos. Logo, se h é a redução sofrida no nível da água do reservatório, então

$$4 \cdot 1{,}5 \cdot h = 3 \Leftrightarrow h = 0{,}5 \text{ m.}$$

A resposta é 50 centímetros.

Resposta da questão 7:
[B]

Considerando a figura toda, temos:

Área superior: $8 \cdot 1^2 = 8$
Área inferior: $8 \cdot 1^2 = 8$

Área interna: $4 \cdot 1^2 = 4$
Área lateral: $12 \cdot 1^2 = 12$

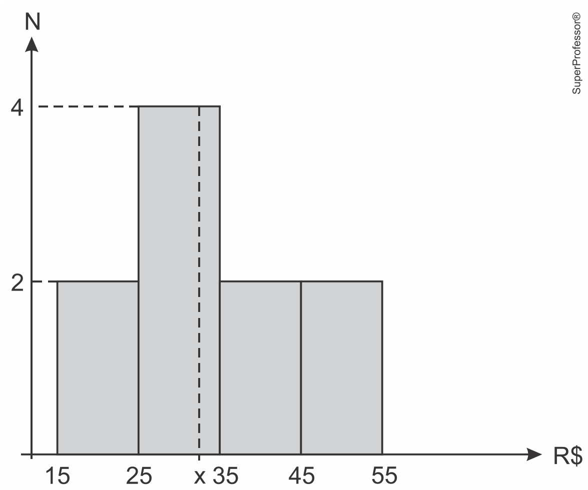
Portanto, a área total da figura será dada por:
$8 + 8 + 4 + 12 = 32\ cm^2$

Resposta da questão 8:
[C]

Gasto médio dos alunos (em R$):

$$\frac{2 \cdot 20 + 4 \cdot 30 + 2 \cdot 40 + 2 \cdot 50}{2 + 4 + 2 + 2} = \frac{340}{10} = 34$$

O gasto mediano pode ser determinado através da obtenção da abscissa que faz com que a área sob o gráfico seja dividida em duas partes iguais. Logo:



$$\boxed{10 \cdot 2} + (x - 25) \cdot 4 = (35 - x) \cdot 4 + \boxed{10 \cdot 2} + 10 \cdot 2$$
$$4x - 100 = 140 - 4x + 20$$
$$8x = 260$$
$$x = R\$\ 32{,}50$$

Portanto, podemos concluir que o gasto médio foi R$ 1,50 maior que o gasto mediano.

Resposta da questão 9:
[E]

A cidade que apresentou a distribuição mais regular do número de casos no período considerado foi a E, pois é a que tem o menor desvio padrão.

Resposta da questão 10:
[D]

Após o pagamento da nona parcela, o saldo devedor ficou reduzido a

$$180000 - 9 \cdot 500 = R\$\ 175.500,00.$$

Portanto, o valor da décima prestação é igual a

$500 + 0,01 \cdot 175500 = R\$\ 2.255,00.$

Resposta da questão 11:
[D]

Considerando a data da compra como data focal, segue que o valor atual dos pagamentos é de:

• $30000 + \frac{26000}{1,1} \cong R\$\ 53.636,36$ na opção 2;

• $20000 + \frac{20000}{1,1} + \frac{18000}{1,1^2} \cong R\$\ 53.057,85$ na opção 3;

• $15000 + \frac{39000}{1,1^2} \cong R\$\ 47.231,40$ na opção 4;

• $\frac{60000}{1,1^2} \cong R\$\ 49.586,78$ na opção 5.

Portanto, a opção 4 é a que implica em menor custo para Arthur.

Resposta da questão 12:
[C]

A resposta é dada por
$\frac{519,2-236}{236} \cdot 100\% = 120\%.$

Resposta da questão 13:
[C]

As letras mais frequentes no texto do romance, em ordem decrescente de frequência, são A, E, O e S. De acordo com a tabela, no texto codificado, tais letras correspondem, respectivamente, a D, H, R e V.

Resposta da questão 14:
[B]

Sendo $10 - 5 = 5$, $20 - 10 = 10$, $15 - 10 = 5$, $20 - 15 = 5$ e $28 - 25 = 3$, podemos concluir que o maior lucro, até maio, foi obtido no mês de fevereiro, que é o resultado pedido.

Resposta da questão 15:
[A]

Lembrando do Princípio de Arquimedes, segue que o volume total das bolinhas deve corresponder ao volume de líquido que sobe. Portanto, se n é o número de bolinhas que devem ser colocadas no recipiente, então

$$6n \geq 7 \cdot 3 \cdot 4 \Leftrightarrow n \geq 14.$$

A resposta é 14.

Resposta da questão 16:
[C]

$20.000 \cdot 1{,}02 \approx 20.400$ (primeiro mês)
$20.400 \cdot 1{,}02 \approx 20.808$ (segundo mês)
$20.808 \cdot 1{,}02 \approx 21.224$ (terceiro mês)

Portanto, no terceiro mês ele comprará o carro e ainda lhe sobrará aproximadamente 225 reais.

Resposta da questão 17:
[C]

O imóvel com valor mediano é o de ordem $\frac{125+1}{2} = 53$. Logo, como existem $5 + 10 + 5 + 15 = 35$ imóveis com valor menor do que 700 mil reais e $35 + 20 = 55$ apartamentos com valor menor do que ou igual a 800 mil reais, podemos concluir que $p = 800$ mil reais.

Resposta da questão 18:
[D]

Sem perda de generalidade, vamos supor que o estoque inicial de cada perfume seja de 100 unidades. Portanto, se r_k é a arrecadação do perfume k, então

$$r_I = 200 \cdot 13 = \text{R\$ } 2.600{,}00;$$
$$r_{\text{II}} = 170 \cdot 10 = \text{R\$ } 1.700{,}00;$$
$$r_{\text{III}} = 150 \cdot 16 = \text{R\$ } 2.400{,}00;$$
$$r_{\text{IV}} = 100 \cdot 29 = \text{R\$ } 2.900{,}00$$

e

$$r_V = 80 \cdot 32 = \text{R\$ } 2.560{,}00.$$

O tipo que deverá ter maior reposição de estoque é o IV.

Resposta da questão 19:
[A]

O volume que saiu de T_1 é dado por $c \cdot L \cdot x$, enquanto que o volume que chegou em T_2 é igual a $\frac{c}{2} \cdot 2L \cdot y = c \cdot L \cdot y$. Portanto, segue que

$1{,}1 \cdot 1{,}15 \cdot c \cdot L \cdot x = c \cdot L \cdot y \Leftrightarrow y = 1{,}265x.$

Resposta da questão 20:
[A]

O número de cubinhos ausentes é igual a $9 + 2 = 11$. Logo, as únicas alternativas possíveis seriam [A] e [E]. Contudo, a face lateral direita apresenta seis cubinhos ausentes e, assim, só pode ser a alternativa [A].

Resposta da questão 21:
[C]

A resposta é dada por
$\frac{0,015 \cdot 60 + 0,005 \cdot 100}{160} \cdot 100\% = 0,875\%$.

Resposta da questão 22:
[A]

Considere a tabela.

$x_i\ (cm)$	f_i	f_{ac}	$x_i f_i$
4	1	1	4
5	6	7	30
6	9	16	54
7	8	24	56
8	1	25	8
	$\sum f_i = 25$		$\sum x_i f_i = 152$

Como o número de observações é ímpar, segue que que a mediana é o dado de ordem $\frac{25+1}{2} = 13$. Logo, por meio da frequência acumulada, é fácil ver que a mediana é $6cm$.

Por outro lado, a média é igual a

$$\frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{152}{25} = 6,080cm.$$

Após retirarmos os extremos, obtemos a tabela abaixo.

$y_i\ (cm)$	f_i	f_{ac}	$y_i f_i$
5	6	6	30
6	9	15	54
7	8	23	56
	$\sum f_i = 23$		$\sum y_i f_i = 140$

Se o número de termos permaneceu ímpar e os extremos foram retirados, então a mediana não se alterou.
Ademais, a nova média é

$$\frac{\sum y_i f_i}{\sum f_i} = \frac{140}{23} \cong 6{,}087cm,$$

ou seja, a média aumentou.
A moda em ambas as distribuições é $6cm$.

Resposta da questão 23:
[B]

Inicialmente faremos as transformações das medidas para metros.

$$1200\ mm = 1{,}2\ m$$
$$40\ cm = 0{,}4\ m$$
$$3\ dm = 0{,}3\ m$$

Volume de concreto usado para um degrau.

$$V = 1{,}2 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}3 = 0{,}144\ m^3$$

Considerando que com 1 saco de cimento faz-se $2\ m^3$ de concreto, o número mínimo de sacos de cimento, necessários para a construção dos 102 degraus será dado por:
$\frac{102 \cdot 0{,}144}{2} = 7{,}344$, ou seja, no mínimo 8 sacos de cimento.

Resposta [B].