GABARITO – I SIMULADO DE MATEMÁTICA 2ª SÉRIE/EM

Resposta da questão 1:
[B]

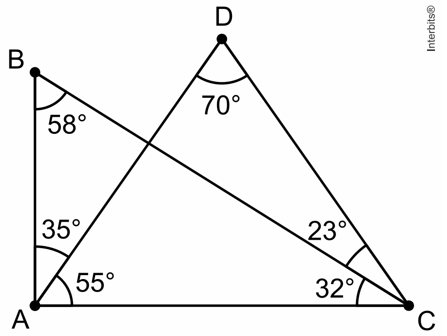
O ângulo percorrido pelo ponteiro das horas em 30 minutos corresponde a $\frac{30}{2} = 15°$. Logo, como o ângulo entre as posições 3 e 6 corresponde a $3 \cdot 30° = 90°$, podemos concluir que o ângulo às $15\ h\ 30min$ é $90° - 15° = 75°$.
De modo inteiramente análogo, para o horário de $18\ h\ 40min$, temos $60° - 20° = 40°$.
A resposta é $75° + 40° = 115°$.

Resposta da questão 2:
[D]

De acordo com o enunciado, a bolinha desloca-se em linha reta do ponto P até a circunferência de raio 6 e depois desloca-se sobre esta, em sentido anti-horário, por $120°$, o que resulta na posição final sobre o ponto F.

Resposta da questão 3:
[A]

Considere a figura.



Se $\overline{AD} = \overline{DC} = 10$, então ADC é isósceles de base AC. Logo, vem

$$A\hat{C}D \equiv C\hat{A}D = \frac{180° - 70°}{2} = 55°.$$

Por outro lado, se $A\hat{C}B = 32°$ e $A\hat{B}C = 58°$, então

$$\begin{aligned} BAC &= 180° - ABC - ACB \\ &= 180° - 58° - 32° \\ &= 90°. \end{aligned}$$

Assim, temos $B\hat{A}D = 90° - C\hat{A}D = 35°$.
Pela Lei dos Senos, encontramos

$$\frac{\overline{AC}}{sen\,A\hat{D}C}=\frac{\overline{CD}}{sen\,C\hat{A}D}\Leftrightarrow\frac{\overline{AC}}{sen\,70^\circ}=\frac{10}{sen\,55^\circ}$$
$$\Leftrightarrow\overline{AC}=\frac{10\cdot 2\,sen\,35^\circ\cos 35^\circ}{\cos 35^\circ}$$
$$\Leftrightarrow\overline{AC}=20\cos 55^\circ$$
$$\Leftrightarrow\overline{AC}=20\alpha.$$

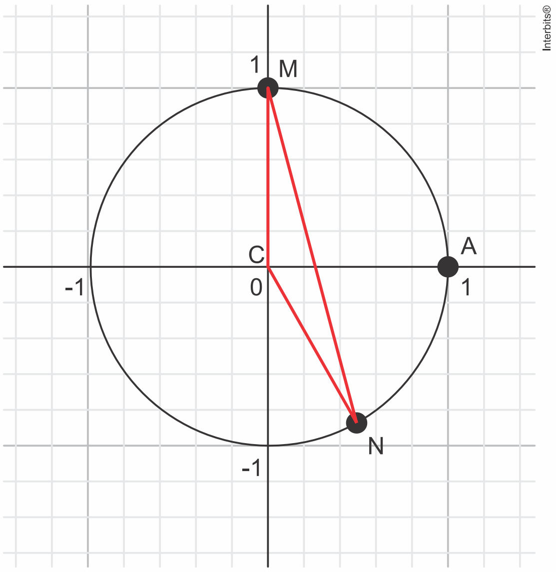
Finalmente, temos
$tg\,58^\circ=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}\Leftrightarrow\overline{AB}=\frac{20\alpha}{\beta}.$

Resposta da questão 4:
[B]

Pela Lei dos Cossenos, temos
$$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2-2\cdot\overline{AB}\cdot\overline{BC}\cdot\cos A\hat{B}C\Rightarrow$$
$$\overline{AC}^2=4^2+6^2-2\cdot 4\cdot 6\cdot\cos 60^\circ\Rightarrow$$
$$\overline{AC}=2\sqrt{7}\Rightarrow$$
$\overline{AC}\cong 5{,}3cm.$

Resposta da questão 5:
[C]

Calculando:



$MCN=90^\circ+60^\circ=150^\circ$
$MN^2=1^2+1^2-2\cdot 1\cdot 1\cdot\cos 150^\circ=2-2\cdot(-\cos 30^\circ)\Rightarrow MN^2=2+\sqrt{3}$
$MN=\sqrt{2+\sqrt{3}}$

Resposta da questão 6:
[C]

Sabendo que $-1 \leq cos(\pi t) \leq 1$, temos $h_{m\acute{a}x} = 20 + 10 = 30cm$ e $h_{\text{mín}} = 20 - 10 = 10cm$. Em consequência, vem

$$\begin{aligned}\overline{PQ} &= h_{\text{máx}} - h_{\text{mín}} \\ &= 30 - 10 \\ &= 20\,\text{cm}.\end{aligned}$$

Resposta da questão 7:
[C]

Considerando $k \in \mathbb{Z}$, temos:

$$sen\ \ 2x = 1 \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + k \cdot \pi$$

Portanto, a primeira determinação positiva será dada por $x = \frac{\pi}{4}$.

Resposta da questão 8:
[A]

Calculando:

$$sen\ 120° = sen\ 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$cos\,1\,20° = -\,cos\,6\,0° = -\frac{1}{2}$

Resposta da questão 9:
[D]

Calculando:

$\frac{sen30°+tg225°}{cos\frac{\pi}{2}-sen(-60°)} = \frac{sen\ 30°+tg\ 45°}{cos\ \ 90°-sen\ (-60°)} = \frac{\frac{1}{2}+1}{0+\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

Resposta da questão 10:
[B]

Sabendo que as áreas são iguais, temos

$$\begin{aligned} x \cdot (x+7) = \frac{15 \cdot 15}{2} + \frac{21 \cdot 3}{2} &\Leftrightarrow x^2 + 7x - 144 = 0 \\ &\Rightarrow x = 9\ m. \end{aligned}$$

Portanto, o comprimento e a largura devem medir, respectivamente, $16\ m$ e $9\ m$.

Obs.: *Aparentemente houve um engano na ordem das medidas da alternativa [B].*

Resposta da questão 11:
[C]

A área do hexágono é dada por $\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$. Logo, como o lado do hexágono e o lado do quadrado são congruentes, temos
$\frac{3a^2\sqrt{3}}{2} = 192\sqrt{3} \Leftrightarrow a^2 = 128\,cm^2$, que é o resultado pedido.

Resposta da questão 12:
[C]

Tem-se que

$$\begin{aligned} tg\,A\hat{H}G = \frac{\overline{AG}}{\overline{AH}} &\Leftrightarrow tg\,60° = \frac{1,5}{\overline{AH}} \\ &\Leftrightarrow \overline{AH} = \frac{3}{2\sqrt{3}} \\ &\Leftrightarrow \overline{AH} = \frac{\sqrt{3}}{2}\ m. \end{aligned}$$

Ademais, sendo $\overline{CD} = \overline{AG} + \overline{BG} = 2,4$ m, vem

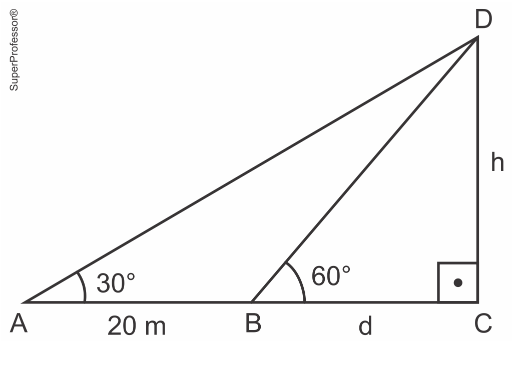
$$\begin{aligned} tg\,C\hat{H}D = \frac{\overline{CD}}{\overline{DH}} &\Leftrightarrow tg\,60° = \frac{2,4}{\overline{DH}} \\ &\Leftrightarrow \overline{DH} = \frac{12}{5\sqrt{3}} \\ &\Leftrightarrow \overline{DH} = \frac{4\sqrt{3}}{5}\ m. \end{aligned}$$

A resposta é

$$\begin{aligned} \overline{AH} + \overline{DH} &= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{4\sqrt{3}}{5} \\ &= \frac{13\sqrt{3}}{10}\ m. \end{aligned}$$

Resposta da questão 13:
[C]

Observe a figura abaixo:



No ΔADC:

$$tg\,30° = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{h}{20+d}$$

$$20 + d = h\sqrt{3}$$
$$d = h\sqrt{3} - 20\ m$$

No ΔBDC:

$$tg\, 6\,0° = \sqrt{3} = \frac{h}{d}$$
$$\sqrt{3} = \frac{h}{h\sqrt{3} - 20}$$
$$3h - 20\sqrt{3} = h$$
$$2h = 20\sqrt{3}$$

$\therefore h = 10\sqrt{3}\ m$

Resposta da questão 14:
[A]

A função h deve ser da forma $h(t) = a + b \cdot sen(\,ct + d)$.
Sabendo que o período fundamental da função seno é 2π e que o período de h é $\frac{1}{2}$ s, temos

$$\frac{1}{2} = \frac{2\pi}{|c|} \Leftrightarrow\ |c|\ = 4\pi.$$

Portanto, como $h(0) = 0$, só pode ser a alternativa [A].

Resposta da questão 15:
[D]

O período fundamental da função é $\frac{2\pi}{9} - 0 = \frac{2\pi}{9}$, enquanto que amplitude é igual a $\frac{1{,}5-(-0{,}5)}{2} = 1$.

Resposta da questão 16:
[D]

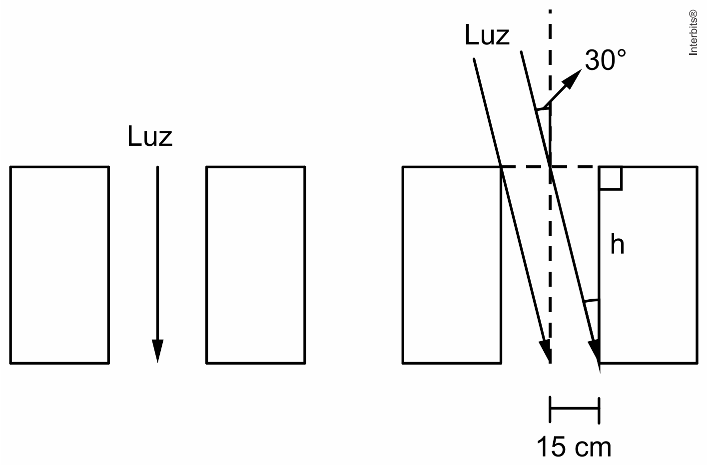
Sendo $(x_A,\ y_A) = (\sqrt{3},\ 1)$, temos

$$tg\, A\hat{O}B = \frac{y_A}{x_A} \Rightarrow tg\, A\hat{O}B = \frac{1}{\sqrt{3}}$$
$$\Rightarrow tg\, A\hat{O}B = \frac{\sqrt{3}}{3}$$
$$\Rightarrow \frac{\pi}{k} = \frac{\pi}{6}$$

$\Rightarrow k = 6.$

Resposta da questão 17:
[C]

Considere a vista frontal do pergolado.



Seja h a altura das vigas do pergolado.
No momento em que os raios de luz fazem $30°$ com a vertical, tem-se o desejado. Assim, aproximando $\sqrt{3}$ por $1{,}7$, vem

$$tg\,30° = \frac{15}{h} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{15}{h}$$
$$\Rightarrow h = 15\sqrt{3}$$
$$\Rightarrow h \cong 26cm.$$

Resposta da questão 18:
[C]

A razão é dada por:

$$r = \frac{A_{triângulo}}{A_{quadrado}} = \frac{\frac{1^2 \cdot \sqrt{3}}{4}}{1^2}$$
$$\therefore r = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

Resposta da questão 19:
[B]

Somando as áreas dos retângulos, obtemos:

$$A = (12 + 10) \cdot 6 + 10 \cdot 8 + 3 \cdot 2 + 8 \cdot 6$$
$$A = 132 + 80 + 6 + 48$$
$$\therefore A = 266\ cm^2$$

Resposta da questão 20:
[D]

$$\frac{2\ cos\ (x)+1}{sec\ (3x)+sec\ (2x)} = \frac{2\ cos\left(\frac{\pi}{3}\right)+1}{sec\ \left(3\cdot\frac{\pi}{3}\right)+sec\ \left(2\cdot\frac{\pi}{3}\right)} = \frac{2\cdot\frac{1}{2}+1}{-1+(-2)} = -\frac{2}{3}$$

Resposta da questão 21:
[B]

Aplicando a Lei dos Cossenos no triângulo ABE, temos

$$\overline{BE}^2 = 3^2 + 8^2 - 2 \cdot 3 \cdot 8 \cdot cos\,60° \Leftrightarrow \overline{BE}^2 = 9 + 64 - 2 \cdot 24 \cdot \frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow \overline{BE} = 7cm.$$

Desse modo, como a área do triângulo BCE é igual a $10{,}5\,cm^2$, vem
$$\frac{1}{2} \cdot 7 \cdot \overline{CE} \cdot sen\,30° = 10{,}5 \Leftrightarrow \overline{CE} = 6cm.$$

Por conseguinte, pelo Teorema de Pitágoras, encontramos
$\overline{DE}^2 = 6^2 - 4^2 \Rightarrow \overline{DE} = \sqrt{20}cm.$

Resposta da questão 22:
[A]

Sendo $Im = [-3,\ 3]$ a imagem da função P, temos $P(t) = -3\,sen(2t)$ ou $P(t) = -3\,cos(2t)$. Mas, $P(0) = -3$ e, portanto, só pode ser $P(t) = -3\,cos(2t)$.

Resposta da questão 23:
[D]

Fazendo $x = 1$:
$$V = 50 + 0{,}2 \cdot 1 + 0{,}5 \cdot sen\left(\frac{\pi}{6}\right)$$
$$V = 50 + 0{,}2 + 0{,}5 \cdot \frac{1}{2}$$
$$V = 50{,}450$$

Fazendo $x = 2$:
$$V = 50 + 0{,}2 \cdot 2 + 0{,}5 \cdot sen\left(\frac{\pi}{3}\right)$$
$$V = 50 + 0{,}4 + 0{,}5 \cdot \frac{1{,}7}{2}$$
$$V = 50{,}825$$

Fazendo $x = 3$:
$$V = 50 + 0{,}2 \cdot 3 + 0{,}5 \cdot sen\left(\frac{\pi}{2}\right)$$
$$V = 50 + 0{,}6 + 0{,}5 \cdot 1$$
$$V = 51{,}100$$

Portanto, a previsão de vendas, em milhares de reais, é de:
$50{,}450 + 50{,}825 + 51{,}100 = 152{,}375$

Resposta da questão 24:
[D]

Sabemos que a cada um minuto o ponteiro das horas percorre $6°$.
Então ele percorrerá $240°$ em 40 minutos.
Resposta: $2h\ 40$

Resposta da questão 25:
[C]

Sejam x e y, respectivamente, as medidas do maior lado e do menor lado do paralelogramo.

Desse modo, num dos triângulos determinado pela diagonal menor do paralelogramo, tem-se 2β oposto a x e β oposto a y. Assim, aplicando a Lei dos Senos, obtemos

$$\frac{x}{sen\,2\,\beta} = \frac{y}{sen\,\beta} \Leftrightarrow \frac{x}{y} = \frac{2\,sen\,\beta\,cos\,\beta}{sen\,\beta}$$
$$\Leftrightarrow \frac{x}{y} = 2\,cos\,\beta.$$

Resposta da questão 26:
[D]

Seja Aj a área de uma tábua comprada na madeireira j. Logo, temos

$$A_I = 40 \cdot 100 = 4000\,cm^2,$$
$$A_{\text{II}} = 30 \cdot 110 = 3300\,cm^2,$$
$$A_{\text{III}} = 35 \cdot 120 = 4200\,cm^2,$$
$$A_{\text{IV}} = 25 \cdot 150 = 3750\,cm^2$$

e

$$A_V = 20 \cdot 200 = 4000\,cm^2.$$

A área total das 5 prateleiras que serão construídas é igual a $5 \cdot 30 \cdot 120 = 18000\,cm^2$.
Logo deverão ser compradas 5 tábuas nas madeireiras I e V, totalizando $20000\ \ cm^2$; 6 tábuas na madeireira II, totalizando $19800\ \ m^2$; 5 tábuas na madeireira III, totalizando $21000\,cm^2$ e 5 tábuas na madeireira IV, totalizando $18750\,cm^2$.
Portanto, como 18750 é o resultado mais próximo de 18000, segue que o marceneiro deverá escolher a madeireira IV.

Resposta da questão 27:
[C]

A medida do menor arco de extremos A e B será dada por:

$$m(AMB) = \frac{360°}{5} = 72°$$

Como x é a medida de um ângulo inscrito na circunferência, concluímos que:

$$x = \frac{72°}{2} = 36°$$

Logo, a soma dos ângulos em destaque é igual a:
$5x = 5 \cdot 36° = 180°$

Resposta da questão 28:
[E]

Considerando *NO* a origem e o sentido anti-horário o dos arcos positivos, tem-se que inicialmente a posição da câmera é $45°$. Desse modo, após as três mudanças, a câmera estará na posição $45° + 135° - 60° + 45° = 165°$. Em consequência, a resposta é $165°$ no sentido horário.

Resposta da questão 29:
[C]

Sendo $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2\,sen\,\frac{\pi}{2} = 2$, podemos concluir que a resposta é

$$\begin{aligned}(ABCD) &= \left(\frac{5\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right) \cdot 2 \\ &= 4\pi.\end{aligned}$$

Resposta da questão 30:
[E]

Do gráfico,

$$f(0) = 0$$

Note que:

- $sen(0 - \pi) + 1 = 1$
- $2sen\left(0 - \frac{\pi}{2}\right) + 1 = -1$
- $sen\left(2 \cdot 0 - \frac{\pi}{6}\right) + 2 = \frac{3}{2}$
- $2sen(2 \cdot 0) + 1 = 1$
- $2sen\left(2 \cdot 0 - \frac{\pi}{6}\right) + 1 = 0$

Logo, $f(x) = 2sen\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) + 1$ é uma função que pode ser modelada pelo gráfico dado.

Resposta da questão 31:
[A]

Desde que $sen(\,2\pi + \alpha) = sen\,\alpha$, $cos(\,2\pi + \alpha) = cos\,\alpha$, $sen(\,-\alpha) = -\,sen\,\alpha$, $sen(\pi + \alpha) = -\,sen\,\alpha$ e $tg(\,n \cdot 2\pi + \alpha) = tg\,\alpha$, com $n \in \mathbb{N}$, temos

$$\begin{aligned}&6\,cos^2\left(\frac{13\pi}{6}\right) - 4\,cos^2\left(\frac{11\pi}{4}\right) + sen\left(-\frac{7\pi}{6}\right) + tg^2\left(\frac{31\pi}{3}\right) = \\ &6\,cos^2\left(2\pi + \frac{\pi}{6}\right) - 4\,cos^2\left(2\pi + \frac{3\pi}{4}\right) - sen\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) + tg^2\left(10\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \\ &6 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 4 \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right) + (\sqrt{3})^2 =\end{aligned}$$

$\frac{9}{2} - 2 + \frac{1}{2} + 3 = 6.$

Resposta da questão 32:
[A]

$$2.280° = 360° \cdot 6 + 120°$$

Logo, $cos \quad (2.280°) = cos \quad 120° = -\frac{1}{2}$.

Resposta da questão 33:
[D]

Calculando:

$$tg\,6\,0° = \frac{x}{h} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{60}{h} \Rightarrow h = \frac{60}{\sqrt{3}}$$

$\therefore h = 20\sqrt{3}\ m$

Resposta da questão 34:
[D]

Utilizando a relação tangente do triangulo em questão temos:

$$t\ g(5°) = \frac{cateto\ oposto}{cateto\ adjacente} \Leftrightarrow 1{,}19 = \frac{cateto\ oposto}{1} \Rightarrow cateto\ oposto = 1{,}19\ km$$

Como o $cateto\ oposto = altura$ temos que, em metros: $altura = 1.190\ m$.

Resposta da questão 35:
[D]

Do gráfico, temos $f(0) = 1$. Logo, vem

$$1 = m \cdot sen(n \cdot 0) + k \Leftrightarrow k = 1$$

Sabendo que a função seno é crescente no primeiro quadrante, podemos concluir que $m < 0$. Ademais, como $-1 \leq sen\,x \leq 1$, temos

$$\begin{aligned} -1 \leq sen\,x \leq 1 &\Rightarrow -1 \leq sen(nx) \leq 1 \\ &\Rightarrow m \leq m\,sen(nx) \leq -m \\ &\Rightarrow m + 1 \leq m\,sen(nx) + 1 \leq -m + 1. \end{aligned}$$

Mas sabemos que $-2 \leq m\,sen(nx) + 1 \leq 4$ e, portanto, vem $m = -3$.
Ainda do gráfico, podemos afirmar que o período da função é 6. Logo, sendo $n > 0$, temos

$6 = \frac{2\pi}{|n|} \Rightarrow n = \frac{\pi}{3}$.

Resposta da questão 36:
[B]

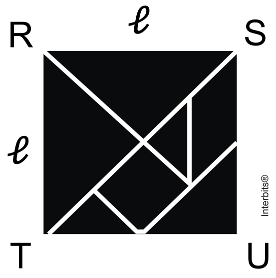
O número estimado de pessoas é dado por

$$2 \cdot 100 \cdot 30 \cdot 4 - 1000 + 300 \cdot 30 \cdot 6 - 2 \cdot 1000 + 200 \cdot 30 \cdot 5 - 1000 =$$

$24000 - 1000 + 54000 - 2000 + 30000 - 1000 =$
$104000.$

Resposta da questão 37:
[B]

Considere a figura.



Seja $\overline{RT} = \ell$.
Temos que

$$\overline{TS} = 2 \cdot \overline{AB} = 2 \cdot 2 = 4.$$

Mas TS é a diagonal do quadrado $RSUT$. Logo,

$$\overline{TS} = \ell\sqrt{2} \Rightarrow \ell = 2\sqrt{2}.$$

Como todas as sete peças foram utilizadas para fazer a casinha, segue que o quadrado $RSUT$ e a casinha são equivalentes.
Portanto, o resultado pedido é $(RSUT) = \ell^2 = (2\sqrt{2})^2 = 8\,cm^2$.

Resposta da questão 38:
[E]

Aplicando a lei dos cossenos no triângulo da figura, obtemos:

$$\left(\frac{3r}{2}\right)^2 = r^2 + r^2 - 2 \cdot r \cdot r \cdot cos\,\alpha$$
$$\frac{9\boxed{r^2}}{4} = 2\boxed{r^2} - 2\boxed{r^2}\,cos\,\alpha$$
$$2\,cos\,\alpha = 2 - \frac{9}{4} = -\frac{1}{4}$$
$$cos\,\alpha = -\frac{1}{8}$$

Aplicando agora a relação fundamental, chegamos a:

$$sen^2\,\alpha + \left(-\frac{1}{8}\right)^2 = 1$$
$$sen^2\,\alpha = 1 - \frac{1}{64}$$

$$sen\,\alpha = +\sqrt{\frac{63}{64}} \quad (0 < \alpha < \pi)$$

$\therefore sen\,\alpha = \frac{3\sqrt{7}}{8}$

Resposta da questão 39:
[A]

A função f é do tipo $f(t) = a + b\,sen(\,mt)$. Logo, sendo $f(0) = 88$, temos $a = 88$. Ademais, pelo gráfico, sabemos que o período de f é 2π e, portanto, vem $m = 1$.
Finalmente, como $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 168$, obtemos

$$168 = 88 + b \Leftrightarrow b = 80.$$

A resposta é $f(t) = 88 + 80\,sen\,t$.

Resposta da questão 40:

[D]

Como $900° = 2 \cdot 360° + 180°$, segue que o atleta girou duas voltas e meia.