GABARITO – I SIMULADO DE MATEMÁTICA 1ª SÉRIE/EM

Resposta da questão 1:
[A]

Se n é o número de finais de semana necessários para concluir a obra, o é o número de operários, h é o número de horas trabalhadas por dia e d é a dificuldade, então

$$n = k \cdot \frac{d}{o \cdot h},$$

com k sendo a constante de proporcionalidade.
Desse modo, temos

$$16 = k \cdot \frac{d}{12 \cdot 6} \Leftrightarrow k = \frac{16 \cdot 12 \cdot 6}{d}.$$

Portanto, se $o' = 24$, $h' = 8$ e $d' = 3d$, então

$$\begin{aligned} n' &= \frac{16 \cdot 12 \cdot 6}{d} \cdot \frac{3d}{24 \cdot 8} \\ &= 18. \end{aligned}$$

Resposta da questão 2:
[C]

Quantidade de docentes que consideram que EAD e ERE são formas de trabalho distintas:

$$\frac{41}{50} \cdot 400 = 328$$

Quantidade de docentes que não vislumbram a continuidade do trabalho de ERE após a pandemia:
$\frac{30}{41} \cdot 328 = 240$

Resposta da questão 3:
[B]

[I] Falsa, pois $\sqrt{3^2 + 4^2} \neq 3 + 4$.

[II] Falsa. $\sqrt{a^2} = |a|$

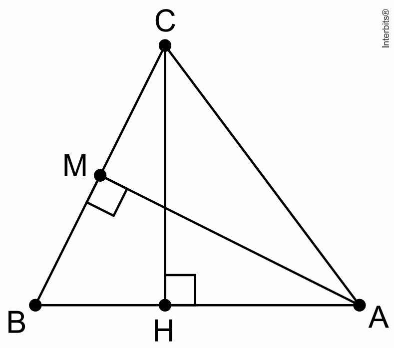
[III] Verdadeira.

$$\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)^2 > 0 \Rightarrow a - 2\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} + b > 0 \Rightarrow -2\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} > -a - b \Rightarrow 2\sqrt{ab} < a + b \Rightarrow$$

$$\sqrt{ab} < \frac{a+b}{2}$$

Resposta da questão 4:
[E]

Considere a figura, em que $\overline{AB} = \overline{AC} = 5km$ e $\overline{BC} = 2\sqrt{5}km$.



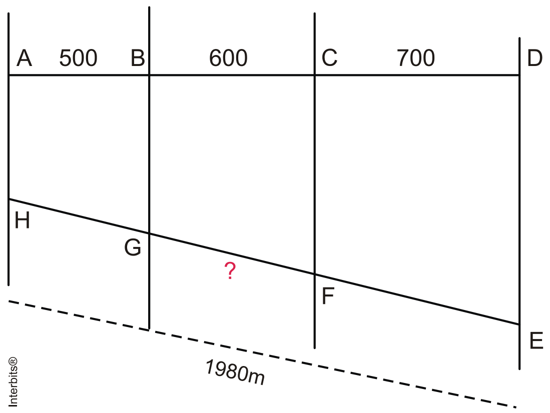
Queremos calcular $\overline{CH}$.
Como $\overline{AB} = \overline{AC},$ tem-se que o triângulo ABC é isósceles de base BC.
Se M é o ponto médio de $BC,$ então AM é altura e mediana relativa ao lado $BC,$ de tal sorte que $\overline{BM} = \sqrt{5}km$. Assim, pelo Teorema de Pitágoras, temos

$$\overline{AM}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{BM}^2 \Rightarrow \overline{AM}^2 = 5^2 - (\sqrt{5})^2$$
$$\Rightarrow \overline{AM} = 2\sqrt{5}km.$$

Portanto, como os triângulos ABM e CBH são semelhantes por AA, temos

$$\frac{\overline{CH}}{\overline{AM}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \frac{\overline{CH}}{2\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$
$$\Leftrightarrow \overline{CH} = 4km.$$

Resposta da questão 5:
[B]



Utilizando o Teorema de Tales, temos:

$$\frac{GF}{1980} = \frac{600}{1800} \Rightarrow \frac{GF}{1980} = \frac{1}{3} \Rightarrow GF = 660\ m$$

Resposta da questão 6:
[E]

Resposta da questão 7:
[A]

Sabendo que em um ano $15 \cdot 10^6$ carros despejam $70 \cdot 10^6 \cdot 10^3 = 7 \cdot 10^{10} kg$ de dióxido de carbono na atmosfera, podemos concluir que a resposta é dada por

$$\begin{aligned} 3 \cdot \frac{236 \cdot 10^6}{15 \cdot 10^6} \cdot 7 \cdot 10^{10} &= 330{,}4 \cdot 10^{10} \\ &\cong 3{,}3 \cdot 10^{12} \text{ kg.} \end{aligned}$$

Resposta da questão 8:
[E]

Tem-se que

$$\begin{aligned} \varphi^7 &= \varphi^6 \varphi \\ &= (8\varphi + 5)\varphi \\ &= 8\varphi^2 + 5\varphi \\ &= 8(\varphi + 1) + 5\varphi \\ &= 13\varphi + 8. \end{aligned}$$

Resposta da questão 9:
[A]

Huguinho acertou, pois:

$$(1+\sqrt{3})^3 = 1^3 + 3 \cdot 1^2 \cdot \sqrt{3} + 3 \cdot 1 \cdot \sqrt{3}^2 + \sqrt{3}^3 = 1 + 3\sqrt{3} + 9 + 3\sqrt{3} = 10 + 6\sqrt{3}$$

Zezinho acertou, pois:

$$\left(\sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}\right)^2 = \sqrt{3+2\sqrt{2}}^2 - 2 \cdot \sqrt{3+2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{3-2\sqrt{2}}^2 =$$

$$3 + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{\left(3+2\sqrt{2}\right) \cdot \left(3-2\sqrt{2}\right)} + 3 - 2\sqrt{2} = 6 - 2\sqrt{9 - (2\sqrt{2})^2} = 4$$

Luizinho acertou, pois:

$$10^{2021} - 10^{2019} = 10^{2019} \cdot 10^2 - 10^{2019} = 10^{2019} \cdot (10^2 - 1) = 10^{2019} \cdot 99$$

Sabemos que 99 é múltiplo de 3, logo $10^{2021} - 10^{2019}$ também será múltiplo de 3.

Portanto, todos os três alunos acertaram.

Resposta da questão 10:
[D]

Infectados: $\frac{1}{20} \cdot 1{,}2 \cdot 10^6 = 0{,}06 \cdot 10^6 = 6 \cdot 10^4$
Infectados com problemas de visão: $\frac{1}{10} \cdot 6 \cdot 10^4 = 6000$

Resposta da questão 11:
[D]

Tem-se que a razão pedida é
$\frac{6 \times 10^{-5}}{10^{-9}} = 6 \times 10^{-5+9} = 6 \times 10^4$.

Resposta da questão 12:
[C]

Dias	Horas por dia	Funcionários	Dificuldade
16	6	25	d
x	8	50	3d

$$8 \cdot \frac{50}{3d} = 16 \cdot 6 \cdot \frac{25}{d}$$
$$400x = 7200$$
$$x = 18$$

Portanto, o total de dias necessários será 18.

Resposta da questão 13:
[B]

Quantidade de peixes em um ciclo de 1 tonelada:
$$N = \frac{1000\ kg}{0{,}75\ \frac{kg}{peixe}} \cong 1333{,}33\ peixes$$

Volume necessário para estocar os peixes:
$$V = \frac{1333{,}33\ peixes}{50\ \frac{peixes}{m^3}} \simeq 26{,}67\ m^3$$

Quantidade de tanques-rede para a produção almejada:
$$Q = \frac{26{,}67\ m^3}{6\ \frac{m^3}{tan\,q\,ue}} \cong 4{,}45\ \ tan\,q\,ues$$

Ou seja, haveria a necessidade de 5 tanques-rede.

Resposta da questão 14:
[C]

A fim de garantir que o lava-rápido não tenha prejuízo, o número mínimo necessário de lavagens diárias efetuadas, independentemente do tipo de lavagem, é $\frac{300}{20} = 15$.
Por outro lado, é possível garantir a receita mínima com $\left\lceil \frac{300}{35} \right\rceil = 9$ lavagens completas ou 8 lavagens completas e 1 simples.

Resposta da questão 15:
[B]

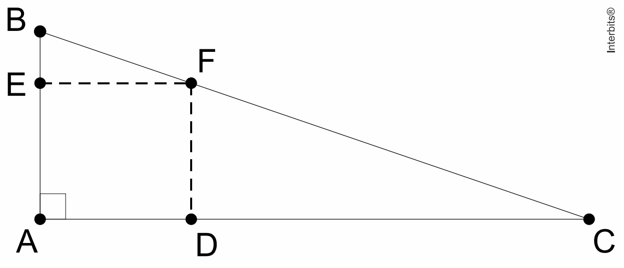
A resposta é
$\sqrt[3]{((8^2)^2)^2} = \sqrt[3]{8^{2\times 2\times 2}}$.

Resposta da questão 16:
[C]

$\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{98} = \sqrt{5^2 \cdot 2} + \sqrt{3^2 \cdot 2} + \sqrt{7^2 \cdot 2} = 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 7\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$.

Resposta da questão 17:
[C]

Considere a figura, em que $\overline{AB} = 12cm$, $\overline{AC} = 35cm$ e $\overline{AE} = xcm$.



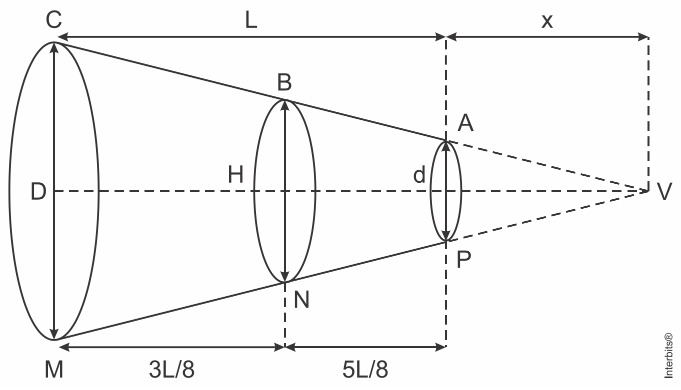
Os triângulos ABC e EBF são semelhantes por AA. Logo, temos

$$\frac{\overline{BE}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \frac{12 - x}{12} = \frac{x}{35}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{420}{47}cm.$$

Portanto, como $\frac{420}{47} \cong 8{,}9$, segue que a medida do lado do quadrado desejado pelo marceneiro está mais próxima de $9cm$.

Resposta da questão 18:
[C]

Temos a seguinte configuração:



Por semelhança de triângulos, obtemos:

$$\Delta VAP \sim \Delta VCM:$$
$$\frac{x}{x+L} = \frac{d}{D} \Rightarrow \frac{x}{x+240} = \frac{30}{60} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 2x = x + 240 \Rightarrow x = 240\ cm$$

$$\Delta VAP \sim \Delta VBN:$$
$$\frac{x}{x+\frac{5L}{8}} = \frac{d}{H} \Rightarrow \frac{240}{240+\frac{5}{8}\cdot 240} = \frac{30}{H} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 8H = 240 + 150 \Rightarrow 8H = 390$$

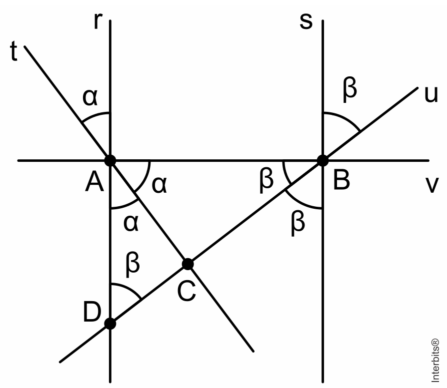
$\therefore H = 48{,}75\ cm$

Resposta da questão 19:
[A]

Para que a sombra tenha o mesmo formato e o mesmo tamanho do monumento é necessário que o ângulo de incidência dos raios solares seja de 45°.

Resposta da questão 20:
[B]

Considere a figura.



Se $A\hat{C}B = 90°$, então $C\hat{A}B + A\hat{B}C = 90°$, ou seja, $\alpha + \beta = 90°$. Daí, como $A\hat{C}D = 90°$ só pode ser $A\hat{D}C = \beta$ e, portanto, $r \parallel s$.

Reciprocamente, se $r \parallel s$, então segue que $B\widehat{D}A = \beta$ e, portanto, ABD é isósceles de base BD. Como AC é bissetriz de $B\hat{A}D$, é imediato que $AC \perp BD$.

Resposta da questão 21:
[E]

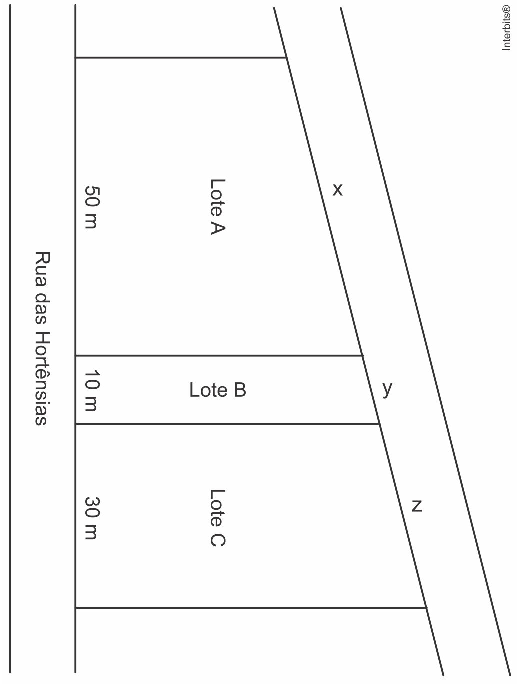
Sendo $\overline{AB} = \overline{AC}$ e $90° < B\hat{A}C < 180°$, podemos afirmar que ABC é obtusângulo isósceles.

Resposta da questão 22:
[A]

Como $\hat{A} = 60°$ e $\overline{AC} = \overline{AD}$, o triângulo ACD é equilátero e $\overline{CD} = 6$. Como F é o baricentro do triângulo ABC, ele deve dividir a mediana $\overline{CD}$ na proporção de 2:1. Sendo assim:
$\overline{FD} = \frac{1}{3} \cdot 6 = 2$

Resposta da questão 23:
[C]

Considere a situação descrita:



Como sabemos que $x + y + z = 135$ metros, aplicando o teorema de Talles temos a seguinte proporção:
$\frac{90}{135} = \frac{50}{x} \Rightarrow x = 75$

Resposta da questão 24:
[D]

Calculando:
$x = \frac{\sqrt[5]{2^5 \cdot 10^{-5}} \cdot \sqrt[4]{4^4 \cdot 10^{-4}}}{\sqrt[3]{5^3 \cdot 10^{-3}}} = \frac{2 \cdot 10^{-1} \cdot 4 \cdot 10^{-1}}{5 \cdot 10^{-1}} = 0{,}16$

Resposta da questão 25:
[A]

Os algarismos 5, 6 e 9 aparecem em posições ímpares, enquanto que os algarismos 2 e 1 figuram em posições pares. Desse modo, a resposta está representada na alternativa [A].

Resposta da questão 26:
[D]

Sabendo que 1 micrômetro corresponde a 10^{-6} metro e 1 nanômetro corresponde a 10^{-9} metro, tem-se que a razão pedida é $\frac{10^{-6}}{10 \cdot 10^{-9}} = 10^2 = 100$.

Resposta da questão 27:
[B]

Se os quarteirões formados pelos cruzamentos das vias formam quadrados de lados medindo $100\ m$ e o hotel se encontra na Rua 3, então a abscissa da posição do hotel, em metros, é $x = 200$. Ademais, como a posição do hotel corresponde a exatos 40 metros de distância da Avenida A, contados a partir da Avenida A em direção à Avenida B, segue que a ordenada da posição do hotel, em metros, é $y = -40$.

Resposta da questão 28:
[A]

Sejam q e f, respectivamente, a quantidade total, em quilogramas, de café seco produzida e a fração pedida. Logo, temos

$$\frac{510}{60} \cdot \frac{3q}{5} + \left(f \cdot \frac{1{,}05}{0{,}007} + (1-f) \cdot \frac{10}{0{,}5}\right) \cdot 0{,}8 \cdot \frac{2q}{5} = 16{,}7 \cdot q \Leftrightarrow$$
$$5{,}1 + (130f + 20) \cdot 0{,}32 = 16{,}7 \Leftrightarrow$$
$f = \frac{1}{8}$.

Resposta da questão 29:
[A]

Sejam $t,\ c$ e d, respectivamente, o número diário de horas, o número de caminhões e o número de dias. Logo, temos

$$t = k \cdot \frac{1}{c \cdot d},$$

com k sendo a constante de proporcionalidade.
Portanto, se $t = 8$, $c = 20$ e $d = 15$, então

$$8 = k \cdot \frac{1}{20 \cdot 15} \Leftrightarrow k = 8 \cdot 15 \cdot 20.$$

Agora, se $c' = 24$ e $d' = 6$, então

$$\begin{aligned} t' &= 8 \cdot 15 \cdot 20 \cdot \frac{1}{24 \cdot 6} \\ &= \frac{50}{3} \text{ h} \\ &= \left(16 + \frac{2}{3}\right) \text{h} \\ &= 16 \text{ h } 40 \text{min.} \end{aligned}$$

Resposta da questão 30:
[C]

$$\frac{\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2 \cdot \sqrt{2}}}}{2^{\frac{1}{6}}} = \frac{\left(2 \cdot 2^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(2 \cdot 2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{1}{6}}} = \frac{2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{6}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{6}}}{2^{\frac{1}{6}}} = 2^{\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{3}} = 2^1 = 2$$

Resposta da questão 31:
[D]

Tem-se que $0{,}00011\, mm = 0{,}00011 \cdot \frac{10^4}{10^4} = 1{,}1 \cdot 10^{-4} mm$.

Resposta da questão 32:
[B]

Aplicando semelhança de triângulos:

$$\frac{2}{0{,}8} = \frac{\overline{CE}}{2}$$
$$\overline{CE} = 5$$

$\therefore \overline{AE} = 2 + 5 = 7$

Resposta da questão 33:
[D]

Sejam CDE e HFG triângulos semelhantes. Logo, supondo que os braços de Pogba tenham o mesmo comprimento, devemos ter $\overline{CD} = \overline{HG} + \overline{GF}$. Em consequência, da semelhança dos triângulos, vem

$$\begin{aligned} \frac{\overline{GF}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{HG}}{\overline{CE}} &\Leftrightarrow \frac{\overline{GF} + \overline{HG}}{\overline{DE} + \overline{CE}} = \frac{\overline{HG}}{\overline{CE}} \\ &\Leftrightarrow \frac{\overline{HG}}{90} = \frac{72}{54 + 90} \\ &\Leftrightarrow \overline{HG} = 45cm. \end{aligned}$$

Portanto, como HG é o maior lado do triângulo, só pode ser a alternativa [D].

Observação: Note que os triângulos CDE e HFG são semelhantes ao triângulo retângulo pitagórico de lados $3,\ 4$ e 5.

Resposta da questão 34:
[A]

Na figura de cima da alternativa [A], tem-se 17 unidades de 20, totalizando $17 \times 20 = 340$. Ademais, na figura de baixo, tem-se 19 unidades de 1. Portanto, o número representado é $340 + 19 = 359$.

Resposta da questão 35:
[D]

Tem-se que $5.000.000.000.000 = 5 \cdot 10^{12}$. Logo, a resposta é 12.

Resposta da questão 36:
[B]

Pelo Teorema De Tales, segue que

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{C'D'}} = \frac{\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD}}{\overline{A'B'} + \overline{B'C'} + \overline{C'D'}} \Leftrightarrow \frac{40}{\overline{A'B'}} = \frac{30}{\overline{B'C'}} = \frac{20}{\overline{C'D'}} = \frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} \overline{A'B'} = 60\ m \\ \overline{C'D'} = 30\ m \end{array} \right. .$$

Em consequência, a resposta é $\overline{A'B'} - \overline{C'D'} = 60 - 30 = 30$ m.

Resposta da questão 37:
[B]

A resposta é $43{,}18 = \frac{43{,}18}{10} \times 10 = 4{,}318 \times 10^1$.

Resposta da questão 38:
[D]

Em $mmc(16,\ 20) = 80km$, o motor antigo consome $\frac{80}{16} = 5$ litros. O novo motor, em $80km$, proporciona uma economia de $\frac{80}{20} \cdot 0{,}1 = 0{,}4$ litros. Portanto, o novo motor terá um desempenho médio igual a $\frac{80}{5-0{,}4} \cong 17{,}4\frac{km}{L}$

Resposta da questão 39:
[D]

Desde que M = 1000, CD = 500 – 100 = 400, LX = 50 + 10 = 60 e IX = 10 – 1= 9, temos
MCDLXIX = 1000 + 400 + 60 + 9 = 1469.

A resposta é 2050 – 1469 = 581.

Resposta da questão 40:
[C]

Sabendo que $1\ \mu m = 10^{-6}\ m$, podemos concluir que a resposta é $100 \cdot 10^{-6} = 1{,}0 \cdot 10^{-4}\ m$.